UFRN
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Exame de Proficiência 2020.1

Francês - M

Ciências Exatas e da Terra

Instruções

1	Confira se os dados contidos na parte inferior desta capa estão corretos e, em seguida, assine no espaço reservado para isso. Se, em qualquer outro local deste Caderno, você assinar, rubricar, escrever mensagem, etc., será excluído do Exame.
2	Este Caderno contém 5 questões discursivas referentes à Prova da Língua Estrangeira escolhida pelo candidato. Não destaque nenhuma folha.
3	As respostas às questões deverão ser redigidas em PORTUGUÊS.
4	Se o Caderno estiver incompleto ou contiver imperfeição gráfica que impeça a leitura, solicite imediatamente ao Fiscal que o substitua.
5	Será avaliado apenas o que estiver escrito no espaço reservado para cada resposta, razão por que os rascunhos não serão considerados.
6	Escreva de modo legível, pois dúvida gerada por grafia, sinal ou rasura implicará redução de pontos.
7	Só será permitido o uso de dicionário FRANCÊS/ FRANCÊS.
8	A Comperve recomenda o uso de caneta esferográfica, confeccionada em material transparente, de tinta preta. Em nenhuma hipótese se avaliará resposta escrita com grafite.
9	Utilize para rascunhos, o verso de cada página deste Caderno.
10	Você dispõe de, no máximo, três horas, para responder as 5 questões que constituem a Prova.
11	Antes de retirar-se definitivamente da sala, devolva ao Fiscal este Caderno.

Assinatura do Candidato: _____

ATENÇÃO! As respostas às questões deverão ser redigidas em PORTUGUÊS.

Les questions de 1 à 5 concernent le texte ci-dessous.

À l'assaut des grandes conjectures mathématiques

Anaïs Culot

De grandes questions résistent au temps et aux savants…

Elles existent par centaines, concernent l'ensemble des mathématiques et les plus mystérieuses d'entre elles s'appuient parfois sur un énoncé des plus simples : ce sont les conjectures, ces propositions qui ont de fortes probabilités d'être justes, mais que l'on n'arrive pas encore à démontrer ou réfuter. Pour y parvenir, les mathématiciens et mathématiciennes s'accordent à croire qu'il faut tout autant d'imagination que pour les concevoir, et beaucoup d'idées nouvelles. Mais de quoi est-il question exactement ? Quelle place occupent-elles dans les mathématiques ? Et quelles sont les retombées réelles des travaux autour de ces drôles d'objets ?

L'imagination au pouvoir

L'histoire de la discipline est jalonnée de conjectures emblématiques. « J'ai trouvé une merveilleuse démonstration de cette proposition, mais la marge est trop étroite pour la contenir », annote ainsi Pierre de Fermat au XVII^{e} siècle à la marge d'un livre. La démonstration du dernier théorème de Fermat (il n'existe pas de nombres entiers strictement positifs x, y et z tels que : $x^n+y^n=z^n$, dès que n est un entier strictement supérieur à 2) n'arrivera pourtant qu'en 1994, grâce au mathématicien britannique Andrew Wiles. Mais le scientifique français était convaincu qu'un résultat pouvait être vrai même s'il n'était pas capable de le démontrer. « La démonstration d'un théorème mathématique, sa preuve, est un enchaînement logique qui repose sur un système de déduction. Mais trouver une démonstration, et encore plus, formuler une conjecture, c'est l'imagination au pouvoir. Comment certains mathématiciens sont parvenus à une conjecture, cela s'apparente à un saut dans le vide » décrit Martin Andler, professeur émérite au Laboratoire de mathématiques de Versailles.

Le terme « conjecture » apparaît sous diverses formes au cours du temps et peut également être désigné comme « hypothèse ». Énoncer publiquement une conjecture est un acte majeur par lequel un mathématicien s'engage et décide de mettre une question sur le devant de la scène pour encourager ses collègues à y réfléchir. Une conjecture doit donc avoir du sens, être intéressante et mener à quelque chose.

Mais qu'est-ce qui fait croire à un mathématicien que quelque chose est vrai sans démonstration ? Trois pistes principales : l'analogie, l'expérimentation et l'intuition. L'analogie consiste à identifier des similitudes entre deux problèmes et essayer d'appliquer ce qui fonctionne pour l'un à l'autre. Ou alors les mathématiciens réalisent des essais ou expériences d'où vont émaner des idées. Aujourd'hui, ils peuvent notamment utiliser le calcul sur ordinateur pour valider leur intuition.

Les conjectures sont-elles pour autant inaccessibles aux non-initiés ? Si leur résolution peut parfois prendre des centaines d'années, la compréhension de certains énoncés est à la portée de tous. C'est le cas de la conjecture de Syracuse, du nom de l'université américaine où le problème posé par Lothar Collatz dans les années 1930 a été diffusé. La suite de Collatz, devenue suite de Syracuse, est une suite d'entiers naturels définie ainsi : partons d'un nombre entier supérieur à 1. S'il est impair : le multiplier par 3 et ajouter 1 ; s'il est pair : le diviser par 2. En répétant l'opération à l'infini, on obtient une suite d'entiers positifs dont chacun ne dépend que de son prédécesseur. Exemple : en partant de 5 (impair) on le multiplie par 3 et on ajoute 1, ce qui donne 16 (pair) puis 16 divisé par 2 donne 8, puis 4, puis 2, puis 1 et à nouveau 4, 2, 1, etc.

Jusqu'à présent, les mathématiciens n'ont identifié aucun nombre, aussi grand soit-il, qui ne mène pas à la série 4, 2, 1. La conjecture de Syracuse est donc l'hypothèse selon laquelle la suite de Syracuse de n'importe quel entier strictement positif atteint 1. Mais cela est-il vrai pour tout nombre de départ ? Telle est la question à laquelle les scientifiques veulent répondre pour démontrer cette conjecture.

Des sommets à gravir ensemble

« *Dans le massif montagneux des mathématiques, les conjectures sont des sommets à atteindre, mais pour y parvenir il faut se frayer un chemin et acquérir la connaissance la plus fine de tout ce*

qui se trouve sur sa route », énonce Emmanuel Royer, directeur adjoint scientifique à l'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (Insmi) du CNRS.

Les conjectures seraient ainsi des « phares » qui guident les mathématiciens, à l'image du théorème de Fermat démontré par Wiles, plus de trois-cents ans après la note du scientifique français. « *Quand le théorème a été démontré, certains chercheurs ont été déçus, car c'était la fin d'un puissant moteur à la construction de théories mathématiques* », raconte Martin Andler. Certaines conjectures résistent aux siècles et aux tentatives conjuguées des génies successifs. La recherche de solutions devient alors un incroyable effort collectif, s'apparentant à un relai à travers les siècles. Un seul mathématicien parcourt le « dernier mètre », mais avec le témoin transmis par ses prédécesseurs.

Au-delà de leur utilisation dans les mathématiques, les résultats paraissent déconnectés de toute application concrète. Toutefois, la réponse négative apportée par Alan Turing et Alonzo Church dans les années 1930 à l'un des 23 problèmes du XX^{e} siècle [*les 23 problèmes du XX^{e} siècle, ou problèmes de Hilbert, sont des questions non résolues en 1900, que David Hilbert, mathématicien allemand, estimait d'une importance capitale pour le XX^{e} siècle. La plupart sont aujourd'hui démontrés, mais cinq sont encore l'objet de recherches, telle l'hypothèse de Riemann*.] proposés en 1900 par le mathématicien allemand David Hilbert — le problème de la décision —, s'est révélée cruciale pour poser les bases théoriques de l'informatique. Quant au théorème de Fermat, qui appartient au domaine mathématique de la théorie des nombres, il a fourni les méthodes les plus efficaces de cryptographie actuelle.

Alors quel sort pour une conjecture ? Elle peut être tranchée comme étant vraie ou fausse, mais pas uniquement. En 1931, le jeune mathématicien autrichien Kurt Gödel démontre qu'il existe des énoncés indécidables, c'est-à-dire que l'on ne peut ni confirmer ni infirmer. Un tournant dans l'histoire de la logique. D'autres conjectures connaissent un dénouement heureux, bien que tardif, comme celle de Poincaré.

L'informatique en renfort

La validation pourrait-elle être apportée par le domaine émergent des preuves assistées par ordinateur ? Ces outils informatiques, comme le système français Coq5, permettent d'écrire et de vérifier des preuves, et apportent des garanties de correction dans des domaines où ces preuves deviennent compliquées.

Ils ont montré leur efficacité en 2010 sur le théorème des quatre couleurs, une conjecture ayant eu beaucoup de démonstrations fausses. Ce théorème affirme qu'il est possible, en n'utilisant que quatre couleurs différentes, de colorier n'importe quelle carte découpée en régions connexes, de sorte que deux régions adjacentes aient toujours une couleur différente. Grâce à ces outils, une de ces démonstrations, annoncée en 1976, qui reposait sur des arguments mathématiques et plusieurs milliers de cas calculés pour la première fois par ordinateur, a pu être finalement acceptée.

Il y a tellement de questions intéressantes autour des équations de Navier-Stokes que l'on peut y passer beaucoup de temps sans résoudre la question importante.

Le problème de la démonstration du théorème avait alors été déplacé vers le problème de la validation : d'une part de l'algorithme d'exploration, d'autre part de sa réalisation sous forme de programme. « *Le challenge de vérifier un théorème sur ordinateur est à la fois de vérifier les raisonnements mathématiques logiques, mais aussi les calculs afin de garantir qu'ils répondent à des règles logiques* », décrit Christine Paulin-Mohring, chercheuse au Laboratoire de recherche en informatique.

Source: CULOT, A. À l'assaut des grandes conjectures mathématiques. *Le Journal*. n° 299 [7]. [Adapté] https://lejournal.cnrs.fr/articles/a-lassaut-des-grandes-conjectures-mathematiques. Consulté en avril 2020.

ATENÇÃO! As respostas às questões deverão ser redigidas em PORTUGUÊS.

Question 1

Expliquez qu’est-ce que c’est une « conjecture » mathématique.

Espaço para Resposta

Question 2

D’après Anaïs Culot, un mathématicien peut croire que quelque chose est vrai par le principe de l’analogie. Expliquez l' affirmation.

Espaço para Resposta

ATENÇÃO! As respostas às questões deverão ser redigidas em PORTUGUÊS.

Question 3

Expliquez la suite de Collatz ou suite de Syracuse.

Espaço para Resposta

Question 4

Quel a été le premier théorème validé par un ordinateur ? Décrivez-le.

Espaço para Resposta

Question 5

- Traduire l'extrait dans l'espace réservé.
- Votre texte doit être clair, cohérent et bien structuré.

> *Alors quel sort pour une conjecture ? Elle peut être tranchée comme étant vraie ou fausse, mais pas uniquement. En 1931, le jeune mathématicien autrichien Kurt Gödel démontre qu'il existe des énoncés indécidables, c'est-à-dire que l'on ne peut ni confirmer ni infirmer. Un tournant dans l'histoire de la logique. D'autres conjectures connaissent un dénouement heureux, bien que tardif, comme celle de Poincaré.*

ESPAÇO DESTINADO AO TEXTO DEFINITIVO